

Blatt 5: Newton-Verfahren

MNEU

Aufgabe 1 : _____

Berechnen Sie mit NLGS/NewtonIteration die Nullstelle von

$$f(x) = x^3 - 2x + 2.$$

Verwenden Sie $TOL=1.0e-08$ und $x_0 \in \{-1, 0, 1, 2\}$. Was stellen Sie fest? Erstellen Sie eine graphische Darstellung der Funktion f .

Aufgabe 2 : _____

Rechnen Sie folgende Beispiele einmal durch, um sich die Situationen jeweils klar zu machen:

$$(a) \quad f(x) = x^2 + 2 \quad x^0 = 1$$

und

$$(b) \quad f(x) = \cos x \quad x^0 = \frac{\pi}{4}$$

$$x^0 = \operatorname{acot}(2\pi)$$

Aufgabe 3 : _____

Zur Zeit t sei eine bestimmte Konzentration einer chemischen Substanz durch

$$g(t) = 10 \cdot e^{-3t} + 2 \cdot e^{-5t}$$

gegeben. Es soll der Zeitpunkt bestimmt werden, in dem die Konzentration nur noch halb so groß wie zur Zeit $t = 0$ ist.

- (a) Wie lautet die Funktion, deren Nullstelle gesucht ist?
- (b) Wieviele Nullstellen hat diese Funktion und warum?
- (c) Berechnen Sie mit `MyNewton.m` eine Näherung der gesuchten Nullstelle(n).

Aufgabe 4 : _____

Leiten Sie eine Formel zur Berechnung von $\sqrt{2}$, indem Sie das Newton-Verfahren auf eine geeignete Funktion anwenden.

- (a) Wie lautet die Funktion, deren Nullstelle Sie suchen?
- (b) Verwenden Sie den Startwert $x^0 = 2$. Lassen Sie sich zu Iterationen $n \in \{0, 1, \dots, 5\}$ jeweils den Fehler ausgeben.

-
- (c) Berechnen Sie den EOC mit dem vorbereiteten [MyNewtonEOC.m](#) Versuchen Sie sich gerne zunächst an ein paar Werten aus der Tabelle und rechnen Sie diese per Hand nach:

$$\frac{\ln\left(\frac{E_2}{E_3}\right)}{\ln\left(\frac{E_1}{E_2}\right)} = \dots$$

Aufgabe 5 Baywatch:

Von Weitem sieht ein am Strand stehender Rettungsschwimmer einen Schwimmer in Not. Die Wasser-Strandgrenze befindet sich von beiden genau 5 Meter entfernt. Allerdings befindet sich der Ertrinkende nicht auf der Höhe des Rettungsschwimmers sondern 4 Meter versetzt. Der Rettungsschwimmer möchte nun möglichst schnell zum Ertrinkenden gelangen. Dazu würde er zunächst den Weg, der am kürzesten ist wählen. Allerdings ist er im Wasser (0,5 m/s) langsamer als auf dem Sand (1,4 m/s), so dass er vielleicht den Weg wählen soll, der möglichst viel, bzw. möglichst wenig im Sand verläuft. Wenn er noch lange nachdenken muss schafft er es nicht mehr rechtzeitig zum Ertrinkenden. Helfen Sie ihm!

- (1) Skizzieren Sie die Situation. Fügen Sie die Varianten "kürzester Weg", "möglichst wenig Wasserweg" in Ihre Skizze.
- (2) x sei die Strecke, die der Rettungsschwimmer parallel zur Wassergrenze läuft, bevor er in's Wasser springt. Erstellen Sie die Funktion $T(x)$, die die Zeit angibt, welche der Rettungsschwimmer benötigt, um den Ertrinkenden zu erreichen, je nachdem wo er entscheidet ins's Wasser zu springen.
- (3) Wie lautet die Funktion $f(x)$ im Programm NLGS/MyNewton.m, um das Baywatch-Problem zu lösen?
- (4) Welches ist der Bereich sinnvoller Startwerte?

$$I =$$

- (5) Wählen Sie die Parameter

$$\text{TOL} = 10^{-12}, \text{Itmax} = 1000 \quad \text{und} \quad x_0 = 0,$$

berechnen Sie die Lösung des Problems und erzeugen sie graphische Darstellungen der Funktionen $f(x)$ und $df(x)$, sowie ihrer Lösung.

Beantworten Sie folgende Fragen und geben Sie alle Zahlen mit 6 Nachkommastellen an.

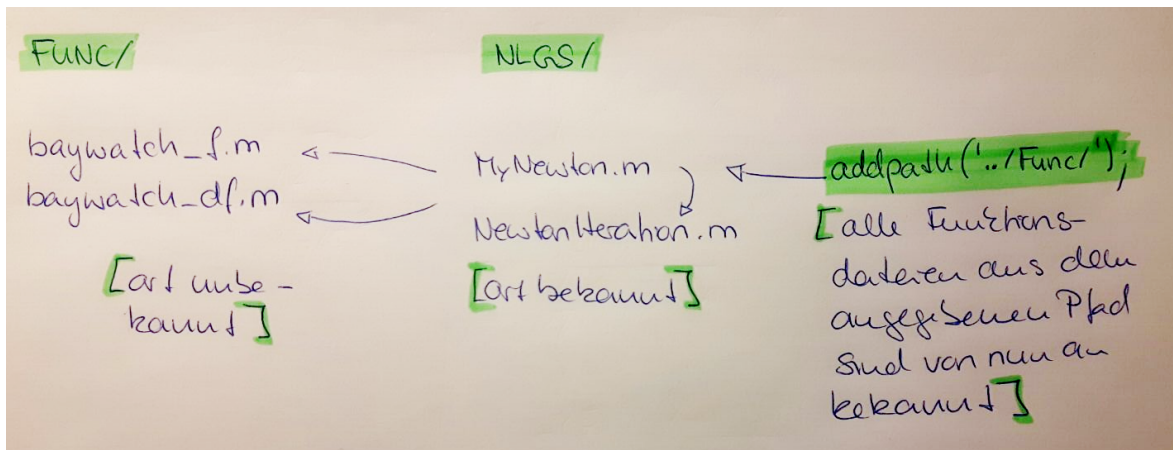
- (a) Wo springt der Rettungsschwimmer in's Wasser?

- (b) Wie lange braucht er, um den Ertrinkenden zu erreichen?
- (c) Wieviele Iterationen waren nötig, um die Näherungslösung mit der gegebenen Toleranz zu erreichen?

Aufgabe 6 : _____

Häufig kommt es vor, dass Funktionen an mehreren Stellen im Programm auftreten. Man möchte sie dann nicht jedes mal neu definieren. Es bietet sich dann an, im Hinblick auf höherer Modularität des Programms, Funktionsdateien zu erstellen, die dann von verschiedenen Funktionen ihrerseits aufgerufen werden. Wie das geht wissen wir schon. Bisher war es aber so, dass diese Dateien, dann im gleichen Verzeichnis enthalten sein müssen wie die Funktion, die sie aufruft. Das ist unpraktisch. Der Ordnung wegen sollen diese Funktionen ein eigenes Verzeichnis erhalten. Dieses Verzeichnis muss dann noch in den Pfad gesetzt werden:

- (a) Erstellen Sie ein Verzeichnis `Func/` auf gleicher Höhe von `NLGS/`
- (b) Erzeugen Sie Funktionsdateien `baywatch_f.m` und `baywatch_df.m`, die die Funktion T' , bzw. $f(x)$ und T'' , bzw. $df(x)$ aus Aufgabe 5 bereitstellen.
- (c) Mit dem Befehl `addpath(' ../Func/')` in `MyNewton.m` machen Sie Ihrer Routine alle Funktionen im Verzeichnis `../Func/` bekannt. Die folgende kleine Übersicht sollte beim Verständnis dienlich sein:



Schreiben Sie `MyNewton.m` so um, dass die Funktionen `baywatch_f.m` und `baywatch_df.m` an die Funktion `MyNewton.m` übergeben werden können.