

Blatt7: Richtungsableitung & partielle Ableitung

MAE 3

Aufgabe 1:

Es seien die Abbildungen

- $u(x) = x_1 \cdot x_2$
- $v(x) = x_1 + \sin(3x_2)$
- $w(x) = e^{x_1} + x_2 x_3^2$

gegeben.

- (a) Berechnen Sie jeweils den Gradienten der angegebenen Funktionen.
- (b) Berechnen Sie jeweils die Richtungsableitung in Richtung $a = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $b = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ im Punkt $(1, 2)$, resp. $a = (3, 1, 0)^T$ und $b = (-1, 2, 0)^T$ im Punkt $(1, 2, 0)$.

Aufgabe 2:

Eine unbekannte Funktion habe an einem ebenso unbekanntem Punkt in Richtung des Vektors $v = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$ die Richtungsableitung $u_v = 5$ und in Richtung $w = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 5 \end{pmatrix}$ die Richtungsableitung $u_w = 2$. Wie lauten die partiellen Ableitungen der Funktion in diesem Punkt?

Aufgabe 3:

Es seien die Funktionen $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$, $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ gegeben mit

$$g(t) = \frac{1}{t} \begin{pmatrix} \cos t \\ \sin t \end{pmatrix}$$

$$f(x) = \ln(|x| - 1)$$

- (a) Wie lauten die Definitionsbereiche \mathbb{D}_g und \mathbb{D}_f ?
- (b) Wie lautet die Verkettung $(f \circ g)$?
- (c) Wie lautet der Definitionsbereich $\mathbb{D}_{f \circ g}$?
- (d) Fertigen Sie eine Skizze der Funktionsverkettung und den entsprechenden Definitionsbereichen an.

(e) Berechnen Sie die Ableitung von g .

(f) Berechnen Sie den Gradienten von f .

(g) Berechnen Sie mit Hilfe der Kettenregel die Ableitung von $(f \circ g)$.