Blatt 6: Grundlagen der Wahrscheinlichkeitstheorie MAE 3

Aufgabe 1:

Ein homogener Würfel wird drei Mal geworfen. Woe groš ist die Wahrscheinlichkeit mindestens einmal die Augenzahl Sechs zu erzielen?

	$\Omega = \{(1,1),(1,2),\ldots,(6,1),\ldots\}$
A: Augenzahl 6 beim ersten Wurf	$A =$
B: Augenzahl 6 beim zweiten Wurf	$B =$
$P(A) =$	$P(B) =$
$A \cup B$	
$P(A \cup B) =$	
$A \cap B$	
$P(A \cap B) =$	

Aufgabe 2: **Paradoxon von Chevalier de Méré:**

Im 17. Jhd wurden die folgenden zwei Glücksspiele gespielt:

- Bei 4 Würfen mit 1 Würfel soll mindestens einmal eine Sechs gewürfelt werden.
- Bei 24 Würfeln mit 2 Würfen soll mindestens einmal eine Doppelsechs gewürfelt werden.

Das Paradoxon besteht darin, dass die Erfolgswahrscheinlichkeit pro Wurf beim zweiten Experiment um den Faktor 6 kleiner ist als die Erfolgswahrscheinlichkeit pro Wurf beim ersten Experiment, die Anzahl der Würfe hingegen 6mal so groß. Bei oberflächlicher Betrachtung könnte man daher annehmen, dass sich dies kompensiert und die Erfolgswahrscheinlichkeiten bei den beiden Experimenten gleich sind. Die Erfahrung zeigte jedoch, dass die Gewinnchancen beim ersten Spiel etwas höher waren als beim zweiten.

Chevalier de Méré rechnete foldendermaßen:

P(Sechs bei 4 Würfen mit einem Würfel)=$\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$

P(Doppelsechs bei 24 Würfen mit zwei Würfeln)=$24\,\frac{1}{36} = \frac{2}{3}$

Wo liegt der Fehler?

Aufgabe 3:

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in einer Klasse mit k Studenten, wenigstens zwei Studenten am gleichen Tag Geburtstag haben?

Ist das eine Laplace-Wahrscheinlichkeit oder nicht?

Aufgabe 4:

Sie werfen eine Münze mit Kopf und Zahl drei Mal.

- Wie lautet der Wahrscheinlichkeitsraum Ω?
- Wir groß ist $P(\{\omega\})$, wenn ω ein Ergebnis aus Ω ist?
- Bestimmen Sie die Elemente folgender Ereignisse:

  A: Sie erhalten mindestens zwei mal Kopf.

  B: Der erste Wurf ist Kopf.

  C: Zweiter und dritter Wurf sind beide Male Kopf oder beide Male Zahl.

- Sind A, B und C anhämgig oder unabhängig?

Aufgabe 5:

Ein Skat-Kartenspiel enthält 32 Karten mit vier Farben zu je acht Werten. Die Karten werden gemischt.

(a) Nacheinander werden drei Karten gezogen. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:

A: Die drei gezogenen Karten sind von gleicher Farbe.

B: Die drei gezogenen Karten haben den gleichen Wert.

(b) Das Kartenspiel wird zu einem Glücksspiel genutzt. Hierbei muss der Spieler nur eine Karte ziehen. Der Spieler setzt vor dem Ziehen einer Karte als Einsatz 1 CHF. Zieht der Spieler einen König gewinnt er 4 CHF. Zieht er ein Herz-Ass gewinnt er 8 CHF. Bei allen anderen Spielausgängen bekommt er nichts.

Ist das Spiel fair?

Wie muss man den Gewinn bei der Ziehung des Herz-Ass ändern, damit das Spiel fair ist?

Aufgabe 6:

Viele Schwangerschaftstest versprechen absolute Sicherheit. In der Realität sieht das allerdings so aus: Wenn die Frau, die testet schwanger ist so zeigt der Test zu 95 % ein positives Ergebnis. Ist die Frau nicht schwanger so ist der Test in 98% der Fälle auch negativ. 30% der Frauen, die den Test machen sind tatsächlich schwanger.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Frau schwanger, wenn der Test ein positives Ergebnis zeigt?