

Laplace-Transformation

MAE 3

Aufgabe 1:

Berechnen Sie das Problem aus Beispiel 24 der Vorlesung, nämlich

$$\begin{aligned} u' &= 3u - 4v & u(0) &= 3 \\ v' &= u - v & v(0) &= 1, \end{aligned}$$

indem Sie in der 2. Gln nach v auflösen und das Ergebnis in die ersten Gleichung einsetzen. Sie erhalten dann eine Dgl 2. Ordnung für v . Diese lösen Sie mit dem charakteristischen Polynom. Folglich können Sie auch die Lösung u berechnen. Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit dem der Vorlesung. Es sollte übereinstimmen.

Aufgabe 2:

Berechnen Sie die mit Hilfe der Laplace-Transformation die Lösung des Anfangswertproblems

$$u'' - 2u = 1$$

Aufgabe 3:

Es ist die sogenannte Heavyside-Funktion H gegeben durch

$$H(t) := \begin{cases} 0 & \text{für } t < 0 \\ 1 & \text{für } t \geq 0 \end{cases}$$

Berechnen Sie die Laplace-Transformierte von

- (a) der Heavyside-Funktion $H(t - a)$,
- (b) der Rechteckfunktion $H(t - a) - H(t - b)$ und
- (c) der Rechteckschwingung $W_\infty(t)$ mit

$$W_\infty(t) = H(t) - 2H(t - a) + 2H(t - 2a) - 2H(t - 3a) + \dots$$

- (d) Fertigen Sie zu den Funktionen in (a) bis (c) Skizzen an.