

Blatt2: Gewöhnliche DGL n-ter Ordnung mit konstanten Koeffizienten

MAE 3

Aufgabe 1: _____

Berechnen Sie die Lösungen folgender Differentialgleichung mit Hilfe der partikulären Lösung.

<p>(a) $y' = 2y + 1 + x^2$</p> <p>(c) $y' = 3y + e^{3x}$</p>	<p>(b) $y' = 3y + e^{2x}$</p> <p>(d) $y' = y + x \cos(2x)$</p>
--	--

Aufgabe 2*: _____

Berechnen Sie die Lösungen folgender Differentialgleichung mit Hilfe von geeigneten Substitutionen.

(a) $xy' = y - x - xe^{-\frac{y}{x}}, y(1) = 0$ (b) $y' = \sqrt{x + y + 1}, y(0) = 1$

Aufgabe 3: _____

Lösen Sie die folgenden Randwert- bzw. Anfangswertprobleme.

$-u''(x) = x(x - 1)$		in $[0, 1]$	
<p>(a) $u(0) = 1$</p> <p>$u(1) = -1$</p>	<p>(b) $u(0) = 0$</p> <p>$u'(0) = 1$</p>		

Machen Sie sich eine Skizze der Situation und der Lösungen.

Aufgabe 4: _____

Berechnen Sie jeweils die Lösung folgender Differentialgleichung mit Hilfe des charakteristischen Polynoms.

<p>(a) $y'' - 3y' + 2y = 0$</p> <p>(c) $y^{(4)} - 3y''' + 3y'' - y' = 0$</p>	<p>(b) $y''' - y'' - 2y' = 0$</p> <p>(d) $y'' - 2y' + 2y = 0$</p>
--	---

Lösung 1: _____

- (a) $y(x) = -\frac{1}{4}(2x^2 + 2x + 3) + Ce^{2x}$
(b) $y(x) = Ce^{3x} - e^{2x}$
(c) $y(x) = (C + x)e^{3x}$
(d) $y(x) = Ce^x + \frac{1}{25}((3 - 5x)\cos(2x) + (4 + 10x)\sin(2x))$

Lösung 2: _____

(a)

$$y(x) = x \ln\left(\frac{2}{x} - 1\right)$$

(b)

$$\sqrt{x + y + 1} - \ln(\sqrt{x + y + 1} + 1) - \frac{x}{2} = \sqrt{2} - \ln(\sqrt{2} + 1)$$

Lösung 3: _____

Die allgemeine Lösung von $-u'' = x(x - 1)$ lautet

$$u(x) = -\frac{1}{12}(x^4 - 2x^3) + C_1x + C_2$$

RWB

$$u(x) = -\frac{1}{12}x^4 + \frac{1}{6}x^3 - \frac{25}{12}x + 1$$

AWP

$$u(x) = -\frac{1}{12}x^4 + \frac{1}{6}x^3 + x$$

Lösung 4: _____

- (a) $y(x) = C_1e^x + C_2e^{2x}$ (b) $y(x) = C_1e^{-x} + C_2e^{2x} + C_3$
(c) $p(\lambda) = \lambda(\lambda - 1)^3$ (d) $p(\lambda) = (\lambda - (1 + i))(\lambda - (1 - i))$
 $y(x) = C_1 + C_2e^x + C_3xe^x + C_4x^2e^x$ $y(x) = C_1e^x \cos x + C_2e^x \sin x$