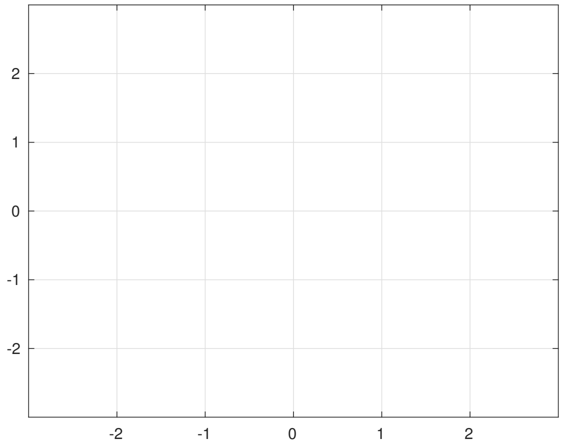
Blatt1: Gewöhnliche DGL 1. Ordnung — MAE 3

Aufgabe 1:

Zeichnen Sie das Richtungsfeld zur ODE

$$y' = x\,y + y^2$$

auf dem Gebiet $[-2,2] \times [-2,2]$ in nebenstehendes Achsenkreuz.



Aufgabe 2:

Berechnen Sie die Lösungen über Trennung der Variablen. Es gelte allgemein $y(x_0) = y_0$.

$$(a) \qquad y' = y\,\cos x \qquad\qquad (b) \qquad y' = y\,f(x)$$

$$(c) \qquad y' + \frac{1+y^3}{x\,y^2\,(1+x^2)} = 0,\ (x>0) \qquad\qquad (d) \qquad y' = \frac{1+y^2}{1+x^2}$$

Tipp:

$$\arctan'(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

Aufgabe 3:

Zeigen Sie, dass

$$(a)\ y = 2\,\mathrm{e}^x \qquad (b)\ y = C_1\,\mathrm{e}^x + C_2\,x \qquad (c) y = 3\,x$$

Lösungen der Differentialgleichung

$$y''(1-x) + y'x - y = 0$$

sind.

Aufgabe 4:

Bilden Sie eine Differentialgleichung, deren allgemeine Lösung

$$(a)\ y = C\,x^2 - x \qquad (b)\ y = C_1\,x^3 + C_2\,x + C_3$$

ist.

Aufgabe 5:

Berechnen Sie jeweils die Lösungen durch

(a) Variation der Konstanten

$$(i) \qquad y' = 2\,x\,y - \mathrm{e}^{x^2}\,\sin x \qquad\qquad (ii) \qquad y' = y - x$$

(b) geeignete Substitution

$$y' = \frac{x^2 - y^2}{2\,x\,y}$$

Tipp: Standardtransformation $y(x) = v(x)x$