# Blatt 2: Zahlen

**MAE 1**

Aufgabe 1

Stellen Sie beschreibende Mengen in aufzählender Form und umgekehrt dar:

$$M_1 = \{x \;:\; x \text{ ist eine Primzahl und } x < 10\} \qquad M_5 = \{0, 3, 6, 9\}$$
$$M_2 = \{x \in \mathbb{N} \;:\; x^2 = 4\} \qquad M_6 = \{4, 9, 16, 25, 36\}$$
$$M_3 = \{x \in \mathbb{Z} \;:\; x^2 = 4\}$$
$$M_4 = \{x \in \mathbb{Z} \;:\; |x| \leq 3\}$$

Lösung auf Seite 3

Aufgabe 2

Kennzeichnen Sie die Menge am Zahlenstrahl und schreiben Sie sie als Intervall.

$(a)$ $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq x < 6\}$ $(b)$ $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -1\}$

$(c)$ $C = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 2.5\}$ $(d)$ $D = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x \leq -1\}$

Lösung auf Seite 3

Aufgabe 3

Schreiben Sie die Teilmengen der reellen Zahlen $\mathbb{R}$ als Intervall.

$(a)$ $\{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x < 2\}$ $(b)$ $\{x \in \mathbb{R}^+ \mid x \leq 4\}$ $(c)$ $\{x \in \mathbb{R}_0^- \mid -2 \leq x \leq 2\}$

$(d)$ $\{x \in \mathbb{R}^- \mid x \geq -1\}$ $(e)$ $\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 3\}$ $(f)$ $\{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < 0.5\}$

Lösung auf Seite 3

Aufgabe 4

Es seien die Mengen $A, B$ und $C$ wie folgt definiert:

$$A = \{x \mid -2 < x \leq 1\}$$
$$B = \{x \mid |x| < 1\}$$
$$C = \{x \mid x(x+2)(x-1) = 0\}$$

Beschreiben Sie die Mengen $A$ und $B$ als Intervalle und bestimmen Sie:

| | | | |
|---|---|---|---|
| $(a)$ | $A \cap B$ | $(b)$ | $A \cap B \cap C$ |
| $(c)$ | $A \cap (B \cup C)$ | $(d)$ | $(A \cap B) \cup (A \cap C)$ |

**Tipp:** Skizzieren Sie die Mengen $A, B$ und $C$ auf einer Zahlengerade. Lösung auf Seite 3

Aufgabe 5

Beschreiben Sie jede der folgenden Mengen durch ein Intervall

| | | | |
|---|---|---|---|
| $(a)$ | $[0,2] \cup [1,3]$ | $(b)$ | $[-2,0] \cap [-1,1]$ |
| $(c)$ | $[0,2) \cup [1,3)$ | $(d)$ | $[-2,0) \cap [-1,1)$ |
| $(e)$ | $[0,2] \cup (1,3)$ | $(f)$ | $[-2,0) \cap (-1,1)$ |
| $(g)$ | $(0,2) \cup [1,3]$ | $(h)$ | $(-2,0) \cap [-1,1]$ |

Lösung auf Seite 4

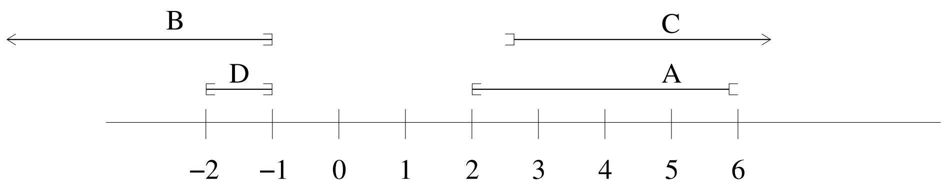
Aufgabe 6

Zeigen Sie, dass drei aufeinander folgende natürliche Zahlen immer durch drei teilbar ist. Lösung auf Seite 4

**Lösung 1**

$$
\begin{aligned}
M_1 &= \{x \mid x \text{ ist eine Primzahl und } x < 10\} &&= \{2,3,5,7\} \\
M_2 &= \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 = 4\} &&= \{2\} \\
M_3 &= \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 = 4\} &&= \{-2,2\} \\
M_4 &= \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq 3\} &&= \{-3,-2,-1,0,1,2,3\} \\
M_5 &= \{0,3,6,9\} &&= \{x \in \mathbb{N} \mid 0 \leq x \leq 9 \wedge \frac{x}{3} \in \mathbb{N}\} \\
M_6 &= \{4,9,16,25,36\} &&= \{x^2 \mid 2 \leq x \leq 6\}
\end{aligned}
$$

**Lösung 2**




| | | | |
|---|---|---|---|
| $(a)$ | $A = [2,6)$ | $(b)$ | $B = (-\infty, -1]$ |
| $(c)$ | $C = (2.5, \infty)$ | $(d)$ | $D = [-2, -1]$ |

**Lösung 3**

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $(a)$ | $[-3,2)$ | $(b)$ | $(0,4]$ | $(c)$ | $[-2,0]$ |
| $(d)$ | $[-1,0)$ | $(e)$ | $[3,\infty)$ | $(f)$ | $(0,0.5)$ |

**Lösung 4**

Für die Mengen $A, B$ und $C$ (siehe Abbildung 1)

$$
\begin{aligned}
A &= \{x \mid -2 < x \leq 1\} &&= (-2,1] \\
B &= \{x \mid |x| < 1\} &&= (-1,1) \\
C &= \{x \mid x(x+2)(x-1) = 0\} &&= \{0\} \cup \{-2\} \cup \{1\}
\end{aligned}
$$

gilt:

| | | | |
|---|---|---|---|
| $(a)$ | $A \cap B = B$ | $(b)$ | $A \cap (B \cup C) = \{x \mid -1 < x \leq 1\} = (-1,1]$ |
| $(c)$ | $A \cap B \cap C = \{0\}$ | $(d)$ | $(A \cap B) \cup (A \cap C) = \{x \mid -1 < x \leq 1\} = (-1,1]$ |

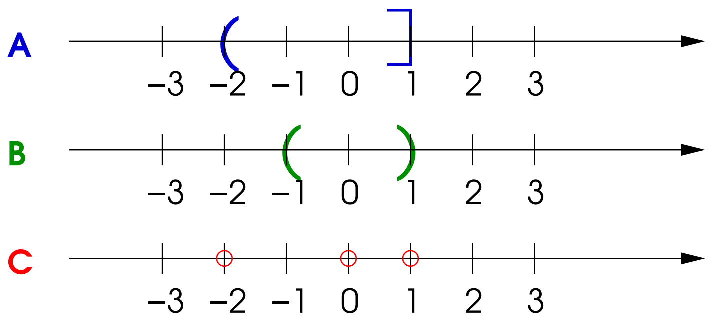



Abbildung 1: Die Mengen $A, B$ und $C$ aufgezeichnet auf Zahlengeraden

Lösung 5

| | | | |
|---|---|---|---|
| $(a)$ | $[0,3]$ | $(b)$ | $[-1,0]$ |
| $(c)$ | $[0,3)$ | $(d)$ | $[-1,0)$ |
| $(e)$ | $[0,3)$ | $(f)$ | $(-1,0)$ |
| $(g)$ | $(0,3]$ | $(h)$ | $[-1,0)$ |

Lösung 6

$$n + n + 1 + n + 2 = 3\,n + 3 = 3\,(n + 1)$$

Das funktioniert im Übrigen immer bei ungeradzahlig vielen aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen. Überlegen Sie sich das mal.