Blatt 0: Potenzrechnung **MAE 1**

Aufgabe 1

Vereinfachen Sie die nachfolgenden Ausdrücke so weit wie möglich

$$(a)\quad \frac{\frac{1}{4}+\frac{2}{5}}{\frac{3}{4}+\frac{1}{6}} \qquad (b)\quad \frac{\frac{1}{a}-\frac{1}{b}+\frac{1}{c}}{\frac{2}{a}+\frac{2}{b}-\frac{2}{c}}$$

$$(c)\quad \frac{1}{t}\cdot\frac{3+\frac{4t}{3}}{\frac{1}{2}+t} \qquad (d)\quad \frac{1}{v-\frac{2uv}{u+v}}+\frac{1}{\frac{2uv}{u+v}-u}-\frac{u-v}{\left(\frac{2uv}{u+v}\right)^2-uv}$$

$$(e)\quad \frac{\frac{a}{a+1}-\frac{a}{a+2}}{\frac{a}{a+2}-\frac{2a}{a+1}} \qquad (f)\quad 1-\frac{1}{1-\frac{a}{1-\frac{a}{b}}}$$

$$(g)\quad \frac{\frac{1}{x^2}-\frac{2}{xy}+\frac{1}{y^2}}{\frac{1}{x^2}-\frac{1}{y^2}} \qquad (h)\quad \frac{a\cdot\sqrt[3]{\frac{1}{a}\cdot\left(\frac{1}{a}\right)^2}}{\sqrt[3]{1+\frac{1}{a}}}$$

$$(i)\quad \left(1+\frac{2}{a}\right)^2\left(\frac{1}{a}-\left(\frac{a}{2}-1\right)^{-1}\right)^{-2}$$

Lösung auf Seite 2

Aufgabe 2

Vereinfachen Sie die nachfolgenden Ausdrücke so weit wie möglich und geben Sie das Ergebnis ohne Wurzelzeichen an.

$$(a)\quad \sqrt{a-\sqrt{a^2-b^2}}\sqrt{a+\sqrt{a^2-b^2}} \qquad (b)\quad \sqrt[7]{\frac{a\sqrt[3]{a^2}}{\sqrt{a}}}$$

$$(c)\quad \sqrt[16]{2}\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}} \qquad (d)\quad \sqrt[3]{\sqrt[4]{\frac{a^{\frac{5}{2}}\,b^{-\frac{6}{5}}}{a\,b^{-1}}\left(2\,a^{-\frac{2}{3}}\,b^{\frac{3}{5}}\right)^2}}$$

Lösung auf Seite 2

Lösung 1

(a)	$\frac{39}{55}$	(b)	$-\frac{1}{2}\frac{b\,c-a\,c+a\,b}{-b\,c-a\,c+a\,b}$
(c)	$\frac{2\,(9+4\,t)}{3\,t\,(1+2\,t)}$	(d)	0
(e)	$\frac{-1}{a+3}$	(f)	$\frac{a\,b}{a+a\,b-b}$
(g)	$\frac{y-x}{y+x}$	(h)	$\sqrt[3]{\frac{a}{a+1}}$
(i)	$(a-2)^2$		

Zu (d):

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{v-\frac{2\,u\,v}{u+v}}+\frac{1}{\frac{2\,u\,v}{u+v}-u}-\frac{u-v}{\left(\frac{2\,u\,v}{u+v}\right)^2-u\,v} &\overset{a\,:=\,\frac{2uv}{u+v}}{=} \frac{1}{v-a}+\frac{-1}{u-a}-\frac{u-v}{a^2-u\,v} \\
&= \frac{u-\cancel{a}-v+\cancel{a}}{(v-a)(u-a)}-\frac{u-v}{a^2-u\,v} \\
&= \frac{(u-v)(a^2-u\,v)-(u-v)(v-a)(u-a)}{(v-a)(u-a)(a^2-u\,v)} \\
&= \frac{(u-v)\big((a^2-u\,v)-(v-a)(u-a)\big)}{(v-a)(u-a)(a^2-u\,v)} \\
&= \frac{(u-v)\big(\cancel{a^2}-2\,u\,v+a(u+v)-\cancel{a^2}\big)}{(v-a)(u-a)(a^2-u\,v)} \\
&= \frac{(u-v)(-2\,u\,v+a(u+v))\frac{1}{u+v}}{(v-a)(u-a)(a^2-u\,v)\frac{1}{u+v}} \\
&= \frac{(u-v)(-\frac{2\,u\,v}{u+v}+a\frac{u+v}{u+v})}{(v-a)(u-a)(a^2-u\,v)\frac{1}{u+v}} \\
&= \frac{(u-v)(-a+a)}{(v-a)(u-a)(a^2-u\,v)\frac{1}{u+v}} = 0
\end{aligned}
$$

Lösung 2

(a)	$\lvert b\rvert$	(b)	$a^{\frac{1}{6}}$
(c)	2	(d)	$\left(4\,a^{\frac{1}{6}}\,b\right)^{\frac{1}{12}}$

Zu *(a)*:

$$\begin{aligned}
\sqrt{a-\sqrt{a^2-b^2}}\sqrt{a+\sqrt{a^2-b^2}} &= \left(a-\left(a^2-b^2\right)^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}\left(a+\left(a^2-b^2\right)^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} \\
&= \left(\left(a-\left(a^2-b^2\right)^{\frac{1}{2}}\right)\left(a+\left(a^2-b^2\right)^{\frac{1}{2}}\right)\right)^{\frac{1}{2}} \\
&= \left(a^2-\left(a^2-b^2\right)^{\frac{1}{2}}\left(a^2-b^2\right)^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} \\
&= \left(a^2-\left(a^2-b^2\right)^{2\cdot\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} \\
&= \left(a^2-a^2+b^2\right)^{\frac{1}{2}} = \left(b^2\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{b^2} = \lvert b\rvert
\end{aligned}$$